Semelhança de triângulos

Prof. Marcos Weslley

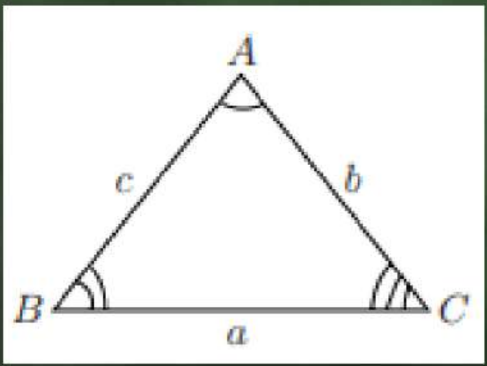
Triângulos semelhantes

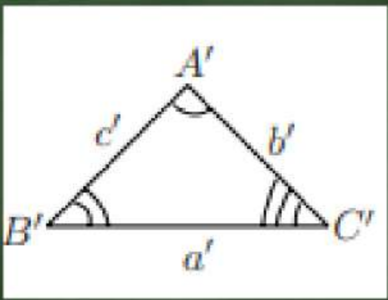
Dois triângulos são semelhantes se os três ângulos são ordenadamente congruentes e se os lados homólogos são proporcionais. A notação utilizada para dizer que os triângulos ABC e A'B'C' é

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

Triângulos semelhantes

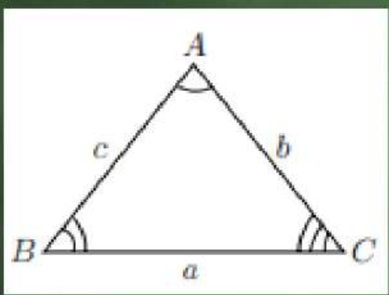
Sejam ABC e A'B'C' triângulos semelhantes.

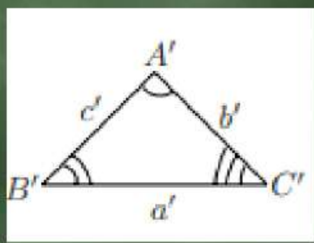




Temos então que

Triângulos semelhantes





Razão de semelhança

$$\hat{A} \equiv \widehat{A'}$$

$$\hat{B} \equiv \widehat{B'}$$

$$\hat{C} \equiv \widehat{C'}$$

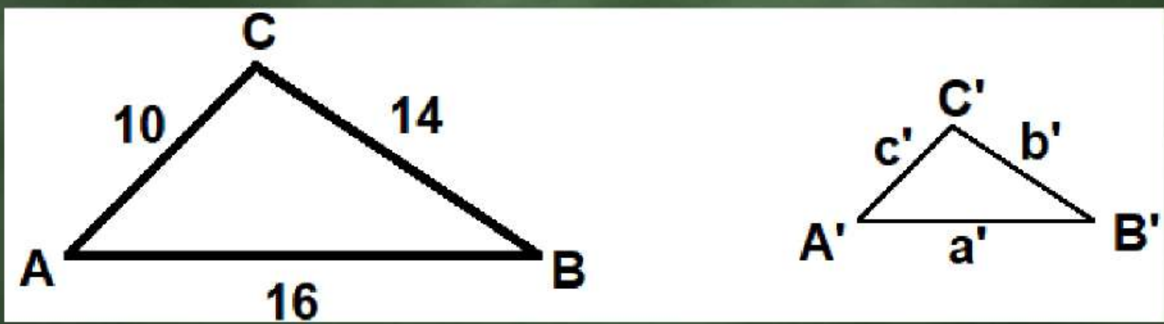
e

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

Triângulos semelhantes

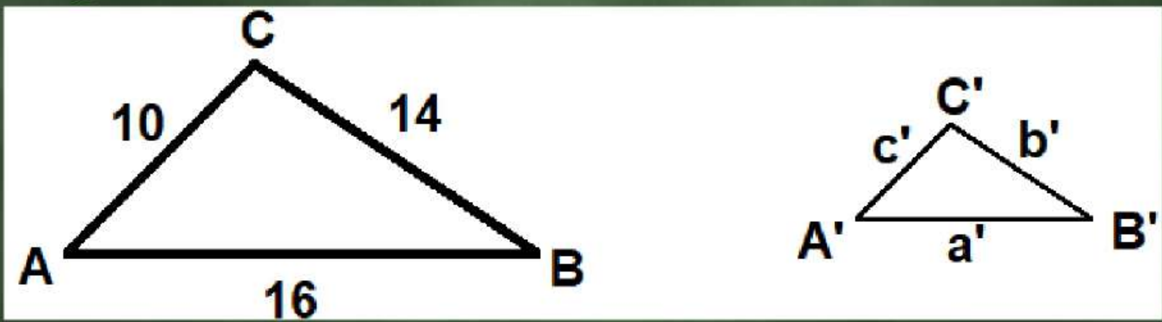
Os três lados de um triângulo ABC medem, respectivamente, 10 cm, 14 cm e 16 cm. Determine os lados de um triângulo A′B′C′ semelhante a ABC, sabendo que a razão de semelhança do triângulo ABC para o triângulo A′B′C′ é igual a 2.

Triângulos semelhantes



$$\frac{16}{a'} = \frac{14}{b'} = \frac{10}{c'} = 2 \Rightarrow \frac{16}{a'} = 2; \quad \frac{14}{b'} = 2; \quad \frac{10}{c'} = 2$$

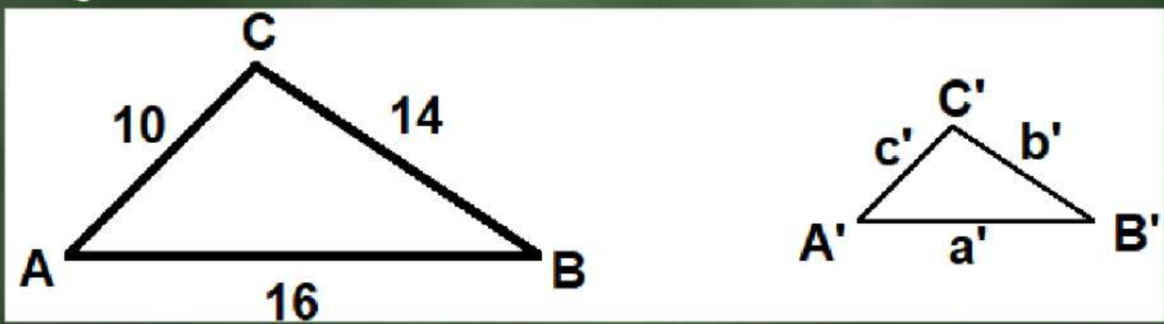
Triângulos semelhantes



$$16 = 2a'; \quad 14 = 2b'; \quad 10 = 2c'$$

$$a' = \frac{16}{2}; \quad b' = \frac{14}{2}; \quad c' = \frac{10}{2}$$

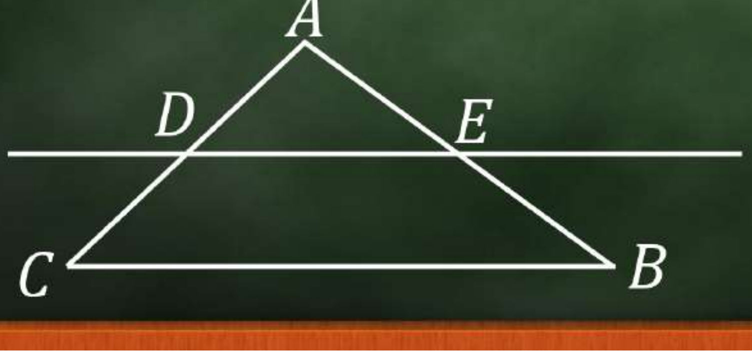
Triângulos semelhantes



$a' = 8\ cm$ $b' = 7\ cm$ $c' = 5\ cm$

Triângulos semelhantes

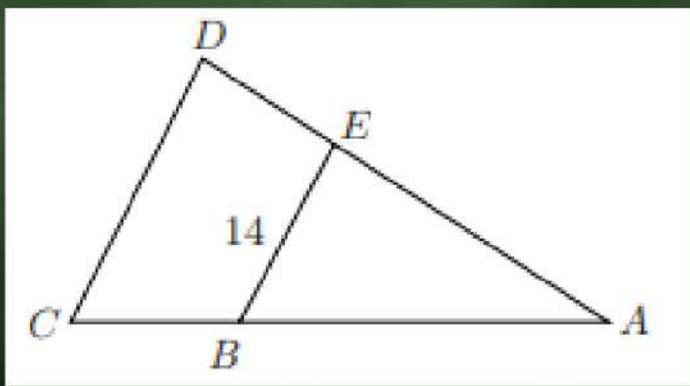
Se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e encontra os outros dois lados em pontos distintos, então o triângulo que ela determina é semelhante ao primeiro.



$$\Delta ABC \sim \Delta ADE$$

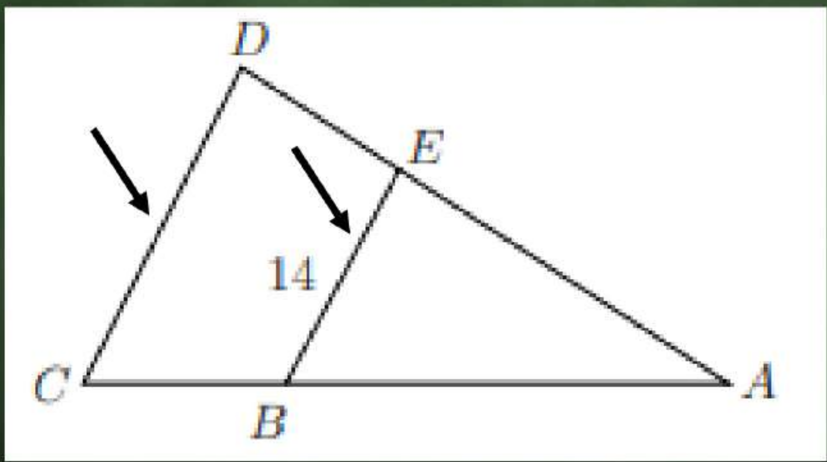
Triângulos semelhantes

Na figura, $\overline{AB} = 3 \cdot \overline{BC}$, $\overline{AE} = 3 \cdot \overline{DE}$ e $BE = 14$. Calcule CD, sabendo que $\overline{BE} // \overline{CD}$.

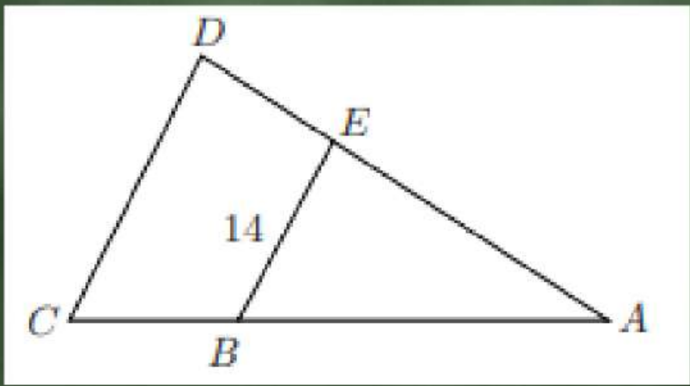


Triângulos semelhantes

Como $\overline{BE} // \overline{CD}$, sabemos que $\Delta ACD \sim \Delta ABE$.

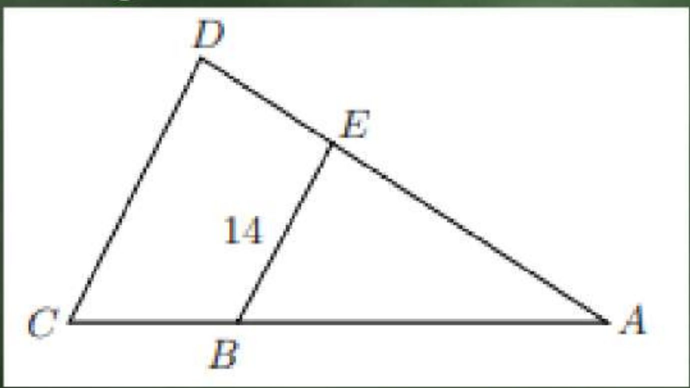


Triângulos semelhantes



$$\boxed{\frac{\overline{CD}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$$

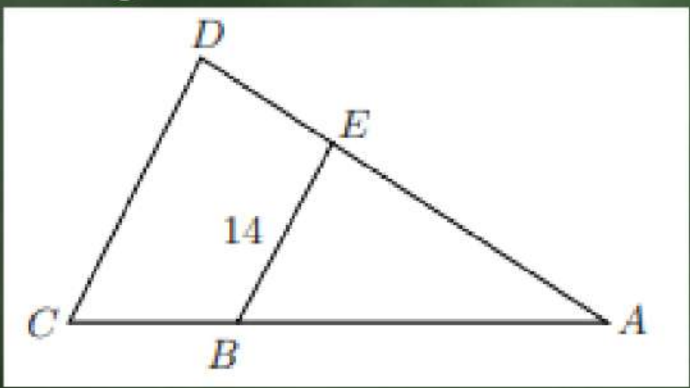
Triângulos semelhantes



$$\overline{AB} = 3 \cdot \overline{BC}$$

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{\overline{CD}}{14} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{\overline{AB}}$$

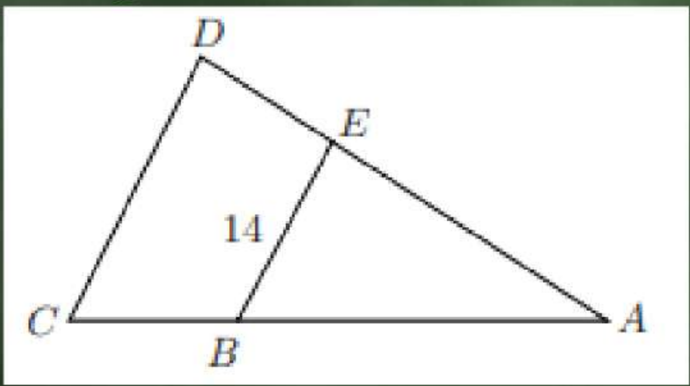
Triângulos semelhantes



$$\overline{AB} = 3 \cdot \overline{BC}$$

$$\frac{\overline{CD}}{14} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{\overline{CD}}{14} = \frac{3 \cdot \overline{BC} + \overline{BC}}{3 \cdot \overline{BC}}$$

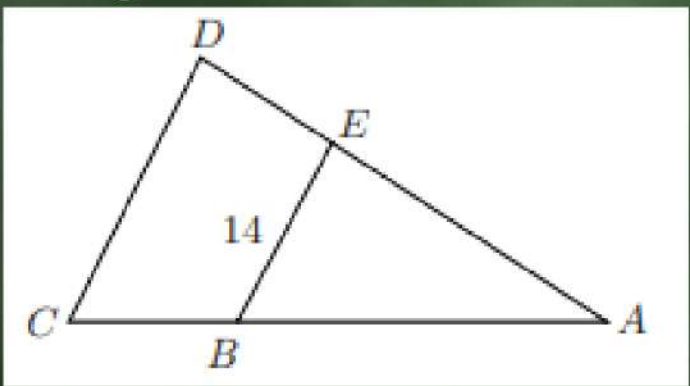
Triângulos semelhantes



$$\overline{AB} = 3 \cdot \overline{BC}$$

$$\frac{\overline{CD}}{14} = \frac{3 \cdot \overline{BC} + \overline{BC}}{3 \cdot \overline{BC}} \Rightarrow \frac{\overline{CD}}{14} = \frac{4\cancel{\overline{BC}}}{3\cancel{\overline{BC}}}$$

Triângulos semelhantes



$$\overline{AB} = 3 \cdot \overline{BC}$$

$$\frac{\overline{CD}}{14} = \frac{4}{3} \Rightarrow \overline{CD} = \frac{4}{3} \times 14 \Rightarrow \boxed{\overline{CD} = \frac{56}{3}}$$