

Resolução de uma equação polinomial do 2º grau

Prof. Marcos Brandão

O que é uma equação polinomial do 2º grau?

É uma equação que pode ser escrita da seguinte forma

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

em que a , b e c são números conhecidos e $a \neq 0$. Veja os exemplos a seguir.

Exemplos de equações

- $2x^2 - 6x = 0$. Aqui temos $a = 2$, $b = -6$ e $c = 0$.

Exemplos de equações

- $2x^2 - 6x = 0$. Aqui temos $a = 2$, $b = -6$ e $c = 0$.
- $x^2 - 1 = 0$. Aqui temos $a = 1$, $b = 0$ e $c = -1$.

Exemplos de equações

- $2x^2 - 6x = 0$. Aqui temos $a = 2$, $b = -6$ e $c = 0$.
- $x^2 - 1 = 0$. Aqui temos $a = 1$, $b = 0$ e $c = -1$.
- $x^2 + 4x + 4 = 0$. Aqui temos $a = 1$, $b = 4$ e $c = 4$.

O que significa resolver uma equação polinomial do 2º grau?

Significa encontrar valores que quando trocados no lugar do x torne a igualdade verdadeira. Vamos observar a seguinte equação

$$x^2 + 2x + 1 = 0.$$

O que significa resolver uma equação polinomial do 2 grau?

Vamos escolher alguns valores e trocar no lugar do x para ver se vale a igualdade, ou seja, se fazendo a troca anularemos a expressão que está no primeiro membro.

$$x^2 + 2x + 1 = 0.$$

O que significa resolver uma equação polinomial do 2º grau?

$$x^2 + 2x + 1 = 0.$$

Escolhendo $x = 1$, temos

$$1^2 + 2 \cdot 1 + 1 = 0.$$

O que claramente é **falso**, pois

$$1^2 + 2 \cdot 1 + 1 = 1 + 2 + 1 = 4 \neq 0$$

O que significa resolver uma equação polinomial do 2º grau?

$$x^2 + 2x + 1 = 0.$$

Escolhendo $x = 0$, temos

$$0^2 + 2 \cdot 0 + 1 = 0.$$

O que claramente é **falso**, pois

$$0^2 + 2 \cdot 0 + 1 = 0 + 0 + 1 = 1 \neq 0$$

O que significa resolver uma equação polinomial do 2º grau?

$$x^2 + 2x + 1 = 0.$$

Escolhendo $x = -1$, temos

$$(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 1 = 0.$$

O que claramente é **verdadeiro**, pois

$$(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 1 = 1 - 2 + 1 = 0$$

O que significa resolver uma equação polinomial do 2º grau?

Temos que -1 é um número que anula a expressão do primeiro membro e torna a igualdade verdadeira. Assim, $x = -1$ é uma solução da equação, também chamada de raiz da equação.

Resolução de uma equação do 2º grau

Vamos discutir algumas informações sobre as equações do 2º grau e aprender métodos para resolver algumas equações desse tipo.

Resolução de uma equação do 2º grau

1. Toda equação do 2º grau tem no máximo duas raízes.
2. No processo de resolução vamos utilizar os conhecimentos sobre fatoração.

Resolução de uma equação do 2º grau

3. Vamos utilizar a seguinte propriedade dos números reais

$$x \cdot y = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ou } y = 0.$$

Exemplo 1

Resolva a seguinte equação

$$2x^2 + 12x = 0.$$

Para iniciar a resolução vamos fatorar a expressão do primeiro membro. Assim, ficamos com

Exemplo 1

$$2x \cdot (x + 6) = 0.$$

Para concluir a resolução da equação, utilizamos a propriedade dos números reais e escrevemos

Exemplo 1

$$2x = 0 \text{ ou } x + 6 = 0.$$

Daí, obtemos que

Exemplo 1

$$2x = 0 \text{ ou } x + 6 = 0.$$

Daí, obtemos que

$$x = 0 \text{ ou } x = -6.$$

Exemplo 2

Resolva a seguinte equação

$$x^2 + 6x + 5 = 0.$$

Para resolver essa equação, nós devemos separar o termo central em duas partes e depois agrupar os termos. Fazendo isso ficamos com

Exemplo 2

$$(x^2 + x) + (5x + 5) = 0.$$

Fatorando, obtemos

Exemplo 2

$$(x^2 + x) + (5x + 5) = 0.$$

Fatorando, obtemos

$$x(x + 1) + 5(x + 1) = 0 \Rightarrow$$

Exemplo 2

$$(x^2 + x) + (5x + 5) = 0.$$

Fatorando, obtemos

$$x(x + 1) + 5(x + 1) = 0 \Rightarrow$$

$$(x + 5)(x + 1) = 0.$$

Exemplo 2

Aplicando a propriedade dos números reais ficamos com

$$x + 5 = 0 \text{ ou } x + 1 = 0 \Rightarrow$$

Exemplo 2

Aplicando a propriedade dos números reais ficamos com

$$x + 5 = 0 \text{ ou } x + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$x = -5 \text{ ou } x = -1.$$

Exemplo 3

Resolva a seguinte equação

$$9x^2 + 12x + 4 = 0.$$

Para resolver essa equação vamos reescrever o primeiro membro da seguinte forma

Exemplo 3

$$(3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 = 0 \Rightarrow$$

Exemplo 3

$$(3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(3x + 2)^2 = 0.$$

Daí, segue que

Exemplo 3

$$(3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(3x + 2)^2 = 0.$$

Daí, segue que

$$3x + 2 = \pm\sqrt{0}, \text{ donde, } 3x + 2 = 0.$$

Exemplo 3

Segue então que

$$3x + 2 = 0 \Rightarrow$$

Exemplo 3

Segue então que

$$3x + 2 = 0 \Rightarrow 3x + 2 - 2 = 0 - 2 \Rightarrow$$

Exemplo 3

Segue então que

$$3x + 2 = 0 \Rightarrow 3x + 2 - 2 = 0 - 2 \Rightarrow$$

$$3x = -2 \Rightarrow$$

Exemplo 3

Segue então que

$$3x + 2 = 0 \Rightarrow 3x + 2 - 2 = 0 - 2 \Rightarrow$$

$$3x = -2 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{-2}{3} \Rightarrow$$

Exemplo 3

Segue então que

$$3x + 2 = 0 \Rightarrow 3x + 2 - 2 = 0 - 2 \Rightarrow$$

$$3x = -2 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{-2}{3} \Rightarrow x = -\frac{2}{3}.$$

Exemplo 4

Resolva a seguinte equação

$$x^2 - 16 = 0.$$

Para resolver essa equação podemos começar reescrevendo ela da seguinte forma

Exemplo 4

$$x^2 - 4^2 = 0.$$

A partir daí escrevemos

Exemplo 4

$$x^2 - 4^2 = 0.$$

A partir daí escrevemos

$$(x + 4)(x - 4) = 0.$$

Exemplo 4

Usando a propriedade dos números reais, temos que

$$x + 4 = 0 \text{ ou } x - 4 = 0 \Rightarrow$$

Exemplo 4

Usando a propriedade dos números reais, temos que

$$x + 4 = 0 \text{ ou } x - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$x = -4 \text{ ou } x = 4.$$