

# Fatoração de expressões polinomiais de 2º grau

Prof. Marcos Brandão

## O significado de fatorar

A fatoraçoão pode ser entendida como um processo inverso da multiplicação.

1. Na multiplicação operamos com alguns números para obter um outro número.

$$5 \times 6 \mapsto 30.$$

2. Na fatoraçoão escrevemos um número como multiplicação de outros.

$$30 \mapsto 5 \times 6$$

## O significado de fatorar

Lembrar do nome dos termos da multiplicação também facilita o entendimento do significado da fatoraçoão.

$$\begin{array}{ccccccc} 8 & \times & 4 & = & 32 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{Fator} & & \text{Fator} & & \text{Produto} \end{array}$$

Fatorar é escrever como uma multiplicação, decompor em uma multiplicação dos fatores.

## Propriedade distributiva

Essa propriedade diz que a multiplicação é distributiva em relação à soma.

$$4 \times (15 + 28)$$
A diagram illustrating the distributive property. It shows the expression  $4 \times (15 + 28)$ . Two blue curved arrows originate from the number 4. One arrow points to the number 15, and the other points to the number 28, indicating that the 4 is being multiplied by both terms inside the parentheses.

$$= (4 \times 15) + (4 \times 28)$$

$$= 60 + 112 = 172$$

De modo geral, a propriedade distributiva é escrita da seguinte forma

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c.$$

## Fatoração de expressões polinomiais de 2º grau

As expressões polinomiais de 2º são expressões da forma

$$ax^2 + bx + c$$

em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números conhecidos e  $a$  não é zero.

- $2x^2 + 5x + 3$ . Aqui temos  $a = 2$ ,  $b = 5$  e  $c = 3$ .
- $x^2 + 2x$ . Aqui temos  $a = 1$ ,  $b = 2$  e  $c = 0$ .
- $3x^2 - 48$ . Aqui temos  $a = 3$ ,  $b = 0$  e  $c = -48$ .

Vamos estudar os processos para fatorar essas expressões, ou seja, os processos para escrever essas expressões como multiplicação de outras expressões mais simples (fatores).

## Colocar o fator comum em evidência

O primeiro processo que iremos aprender é o processo de observar um fator comum e colocar em evidência.

Observe a seguinte expressão

$$3x^2 + 15x.$$

Observe que essa expressão pode ser escrita da seguinte forma

$$3x \cdot x + 3x \cdot 5.$$

Pela propriedade distributiva, sabemos que

$$3x \cdot (x + 5) = 3x \cdot x + 3x \cdot 5.$$

Portanto podemos fatorar a expressão inicial como

$$3x^2 + 15x = 3x \cdot (x + 5).$$

## Colocar o fator comum em evidência

Observe a seguinte expressão e fatore

$$18x^2 + 30x.$$

Para iniciar o processo de fatoração, precisamos observar que o fator  $6x$  está nas duas parcelas, pois reescrevendo a expressão teremos

$$6x \cdot 3x + 6x \cdot 5.$$

Pela propriedade distributiva, sabemos que essa expressão pode ser escrita na forma

$$6x \cdot (3x + 5).$$

Portanto temos que

$$18x^2 + 30x = 6x \cdot (3x + 5).$$

## Agrupamento dos termos

Algumas vezes não é possível encontrar fatores comuns em todos os termos ao mesmo tempo, mas alguns deles podem possuir fatores comuns. O agrupamento de termos vai possibilitar a fatoração em casos assim.

Observe a seguinte expressão

$$x^2 - 5x + 6.$$

Note que essa expressão não tem um fator comum para os seus três termos. Vamos reescrever essa expressão da seguinte forma

$$x^2 - 2x - 3x + 6.$$

Agrupando os dois primeiros termos e os dois últimos, fica

$$(x^2 - 2x) + (-3x + 6).$$

## Agrupamento dos termos

Note que podemos reescrever a expressão  $(x^2 - 2x) + (-3x + 6)$  para encontrar os fatores comuns. Reescrevendo, fica

$$(x \cdot x - 2 \cdot x) + ((-3) \cdot x + (-3) \cdot (-2))$$

Colocando em evidência os fatores comuns, obtemos

$$x \cdot (x - 2) - 3 \cdot (x - 2).$$

Observe agora que  $x - 2$  é um fator comum dessa expressão. Colocando em evidência, obtemos

$$(x - 3) \cdot (x - 2).$$

Temos então que a expressão inicial é fatorada da seguinte forma

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3) \cdot (x - 2).$$

## Agrupamento dos termos

Considere a expressão e fature

$$4x^2 + 16x + 12.$$

Para fatorar essa expressão podemos começar agrupando os termos

$$(4x^2 + 12x) + (4x + 12).$$

Obser que essa expressão pode ser escrita também na forma

$$(4x \cdot x + 4x \cdot 3) + (4 \cdot x + 4 \cdot 3).$$

Colocando os fatores comuns em evidência, obtemos

$$4x \cdot (x + 3) + 4 \cdot (x + 3).$$

## Agrupamento dos termos

Observe que na expressão

$$4x \cdot (x + 3) + 4 \cdot (x + 3)$$

temos  $4(x + 3)$  como fator comum. Colocando tal fator em evidência, fica

$$4(x + 3)(x + 1).$$

Temos então que a expressão apresentada no início é fatorada da seguinte forma

$$4x^2 + 16x + 12 = 4(x + 3)(x + 1).$$